

Nom :

Prénom :

DS 10

2nde 06

Avril 2023



Devoir n° 16

.../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.



Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1

3,5 points

Cours : Relevez et complétez les phrases suivantes sur votre copie.

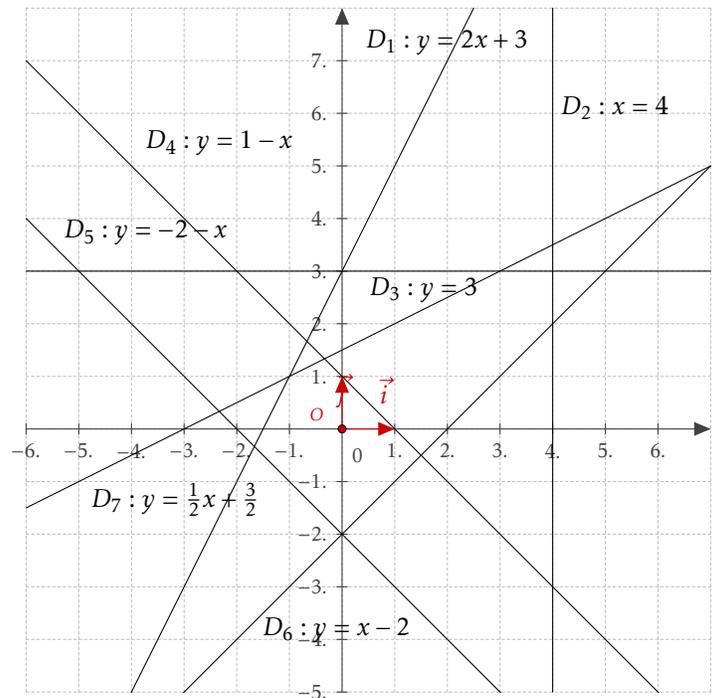
- 0.5 pt **1** a. Toute droite D admet une équation de la forme $ax + by = c = 0$ avec $(a;b) \neq (0;0)$.
- 0.5 pt **b.** m Un vecteur directeur de D est $\vec{u}(-b;a)$.
- 0.5 pt **c.** Cette équation est appelée équation **cartésienne** de la droite D.
- 2** Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. Soit D une droite du plan.
- 1 pt **a.** Si D est parallèle à l'axe des ordonnées : alors l'équation de D est de la forme $x = k$, où k est un nombre réel.
- 1 pt **b.** Si D n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées : alors l'équation de D est de la forme $y = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels.

Exercice 2

8 points

8 pts Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

- 1** A l'aide du graphique, compléter :
- D_1 a pour équation réduite $y = 2x + 3$
 - D_2 a pour équation réduite $x = 4$
 - D_3 a pour équation réduite $y = 3$
 - D_4 a pour équation réduite $y = -x + 1$
 - D_5 a pour équation réduite $y = -x - 2$
- 2** Tracer, sur le même graphique, la droite D_6 d'équation réduite $y = x - 2$. Elle passe par le point $A(0, -2)$ et $B(4, 2)$
- 3** Soit D_7 la droite d'équation $4x - 2y + 3 = 0$.
- L'équation réduite de D_7 est $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
 - Son coefficient directeur est $\frac{1}{2}$
 - Son ordonnée à l'origine est $\frac{3}{2}$



Exercice 3

5 points

5 pts Soient les points $A(1; -1)$, $B(2; 1)$, $C(-5; 2)$ et $D(-5; 24)$ dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1 Déterminer l'équation réduite des droites (AB) et (CD) .

La droite (AB) est dirigée par $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 1 \\ 1 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Le coefficient directeur de (AB) est $m = \frac{\beta}{\alpha} = 2$.

L'équation réduite de (AB) est $y - y_A = m(x - x_A)$, soit $y + 1 = 2(x - 1)$

L'équation réduite de (AB) est $y = 2x - 3$

Pour la droite (CD) , on remarque que $x_C = x_D = -5$, elle est donc verticale et a une équation réduite du type $x = k$.

L'équation réduite de (CD) est $x = -5$

2 Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes?

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 22 \end{vmatrix} = 22 \neq 0$$

Comme $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) \neq 0$, les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas colinéaires donc les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

Pour déterminer les coordonnées de leur point d'intersection; on résout le système :

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ x = -5 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2 \times (-5) - 3 = -13 \\ x = -5 \end{cases}$$

Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en $I(-5; -13)$.

3 Les points A , B et C sont-ils alignés? (justifier)

$$C \in (AB) \iff y_C = 2x_C - 3; \text{ or } 2x_C - 3 = 2 \times (-5) - 3 = -13 \neq y_C$$

$C \notin (AB)$, ainsi les points A , B et C ne sont pas alignés.

7 pts

1 Résoudre les systèmes suivants par le calcul

$$(a) \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ x + 5y = 13 \end{cases}$$

- On calcule le déterminant du système : $D = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 20 - 1 \times (-3) = 23$. $D \neq 0$, donc le système admet un unique couple solution.

$$\begin{cases} 4x - 3y = 6 & (\times 5) \\ x + 5y = 13 & (\times 3) \end{cases} \iff \begin{cases} 20x - 15y = 30 \\ 3x + 15y = 39 \end{cases}$$

En ajoutant les deux équations $23x = 69$ d'où $x = \frac{69}{23} = 3$.

On reporte $x = 3$ dans $4x - 3y = 6$ ce qui donne $4 \times 3 - 3y = 6$ soit $12 - 3y = 6$ soit $y = 2$

Donc $\mathcal{S} = \{(3; 2)\}$

$$(b) \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x - 6y = 3 \end{cases}$$

- On calcule le déterminant du système : $D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{vmatrix} = -12 - 4 \times (-3) = -12 + 12 = 0$. $= 0$, donc soit le système n'a pas de solution, soit le système a une droite solution.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 & (\times 1) \\ 4x - 6y = 3 & (\times (0,5)) \end{cases} \iff \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x - 3y = 1,5 \end{cases}$$

Ce qui prouve que le système n'a pas de solution.

Donc $\mathcal{S} = \emptyset$

2 Résoudre le système suivant par la méthode graphique, puis vérifier le résultat

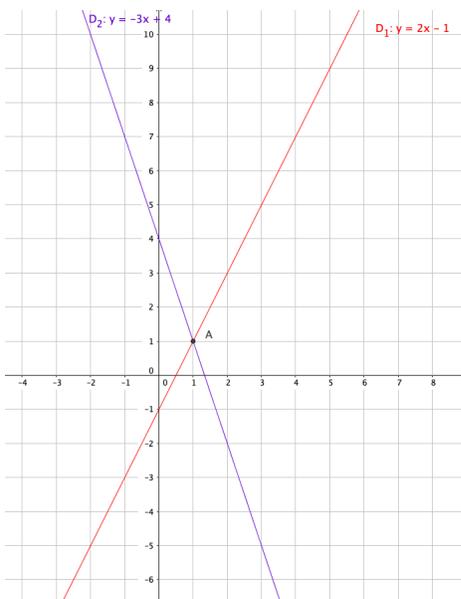
$$\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

On trace les deux droites $D_1 : 4x - 2y = 2$, d'équation réduite $y = 2x - 1$.

x	0	2
y	-1	3

et $D_2 : 3x + y = 4$ d'équation réduite $y = -3x + 4$

x	0	2
y	4	-2



On remarque alors que les droites D_1 et D_2 sont sécantes en $A(1;1)$.
On vérifie que le système a bien ce couple solution :

$$\begin{cases} 4 \times 1 - 2 \times 1 = 4 - 2 = 2 \\ 3 \times 1 + 1 = 4 \end{cases}$$

Le système a bien le couple $(1;1)$ comme solution.

Exercice 5

3 points

3 pts

Dans une cage, on a une population de 100 souris, composée de mâles gris et de femelles blanches.

Un mois plus tard, on dénombre 292 souris : le nombre de femelles a été multiplié par 4, et le nombre de mâles par 2,5.

Calculer le nombre de femelles et le nombre de mâles au début.

(mettre le problème sous forme d'un système de deux équations à résoudre)

On note x le nombre de mâles gris et y le nombre de femelles blanches.

- Dans une cage, on a une population de 100 souris, donc $x + y = 100$.
- Un mois plus tard, on dénombre 292 souris : le nombre de femelles a été multiplié par 4, et le nombre de mâles par 2,5 donc $2,5x + 4y = 292$.

On résout donc le système

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 2,5x + 4y = 292 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 100 & (\times 4) \\ 2,5x + 4y = 292 & (\times (-1)) \end{cases} \iff \begin{cases} 4x + 4y = 400 \\ -2,5x - 4y = -292 \end{cases}$$

En ajoutant les deux équations $1,5x = 108$ d'où $x = \frac{108}{1,5} = 72$.

On reporte $x = 72$ dans $x + y = 100$ ce qui donne $y = 100 - x = 100 - 72 = 28$ soit $y = 28$

Au début, il y avait 72 mâles gris et 28 femelles blanches.