

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice est autorisée.

Attention! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1

4 points

4 pts

Relevez et complétez le tableau ci-dessous :

Enoncé	Forme résolue	a	b	Solution générale
$y' + 16y = 0$				
$4y' + 25y = 0$				

Exercice 2

4 points

4 pts

Relevez et complétez le tableau ci-dessous :

Enoncé	Forme résolue	a	b	Solution générale
$y' = 2y + 3$				
$3y' - 2y = 6$				

Exercice 3

8.5 points

Partie A On considère l'équation différentielle (E) : $2y' + 4y = 1$

- 1 pt 1 Déterminer la solution générale de l'équation différentielle $2y' + 4y = 0$.
- 2 pts 2 Vérifier que $y(x) = Ce^{-2x} + \frac{1}{4}$ est solution de (E).
- 1 pt 3 Déterminer la solution f de (E) dont la courbe représentative passe par le point (0;1).

Partie B On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{3}{4}e^{-2x} + \frac{1}{4}$

- 1 pt 1 Déterminer la dérivée g'
- 1 pt 2 Prouver que g est strictement décroissante sur \mathbb{R}
- 1 pt 3 Quelle est la limite de g en $+\infty$.
- 1.5 pt 4 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 2$

Exercice 4

10 points

Dans cet exercice, la température est exprimée en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) et le temps t est exprimé en heures.

Une entreprise congèle des ailerons de poulet dans un tunnel de congélation avant de les conditionner en sachets. À l'instant $t = 0$, les ailerons, à une température de 5°C , sont placés dans le tunnel.

Pour pouvoir respecter la chaîne du froid, le cahier des charges impose que les ailerons aient une température inférieure ou égale à -24°C .

PARTIE A

La température des ailerons dans le tunnel de congélation est modélisée en fonction du temps t par la fonction f définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par $f(t) = 35e^{-1,6t} - 30$.

- 1 pt **1** Déterminer la température atteinte par les ailerons au bout de 30 minutes, soit 0,5 h.
- 2 pts **2** Étudier le sens de variation de la fonction f .
- 1 pt **3** Si les ailerons de poulet sont laissés une heure et demie dans le tunnel de congélation, la température des ailerons sera-t-elle conforme au cahier des charges?
- 1.5 pt **4** Résoudre par le calcul l'équation $f(t) = -24$ et interpréter le résultat trouvé.

PARTIE B

Pour moderniser son matériel, l'entreprise a investi dans un nouveau tunnel de congélation.

La température des ailerons dans ce nouveau tunnel est modélisée, en fonction du temps, par une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0, +\infty[$, qui est solution de l'équation différentielle $y' + 1,5y = -52,5$

- 2 pts **1** Résoudre l'équation différentielle $y' + 1,5y = -52,5$.
- 0.5 pt **2** a. Justifier que $g(0) = 5$.
- 1 pt b. Vérifier que la fonction g est définie par $g(t) = 40e^{-1,5t} - 35$.
- 1 pt **3** Ce nouveau tunnel permet-il une congélation plus rapide?