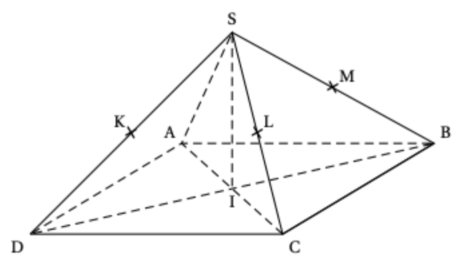
Nom : .... *Prénom :*	**DS 04**	TMATHS OISELET *Déc. 2022* *Devoir n° 08* ..../...

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. ***Faites des phrases claires et précises****.*
Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 — *6 points*

6 pts *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.*
Une réponse exacte rapporte 1,5 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.



SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD dont toutes les arêtes ont la même longueur.
Le point I est le centre du carré ABCD.
On suppose que : IC = IB = IS = 1.
Les points K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes [SD], [SC] et [SB].

1 Les droites suivantes ne sont pas coplanaires :

a. (DK) et (SD) **b.** (AS) et (IC) **c.** (AC) et (SB) **d.** (LM) et (AD)

Pour les questions suivantes, on se place dans le repère orthonormé de l'espace $\left(I\,;\,\overrightarrow{IC},\,\overrightarrow{IB},\,\overrightarrow{IS}\right)$.
Dans ce repère, on donne les coordonnées des points suivants :

$$I(0\,;\,0\,;\,0)\,;\,A(-1\,;\,0\,;\,0)\,;\,B(0\,;\,1\,;\,0)\,;\,C(1\,;\,0\,;\,0);D(0\,;\,-1\,;\,0)\,;\,S(0\,;\,0\,;\,1).$$

2 Les coordonnées du milieu N de [KL] sont :

a. $\left(\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\right)$ **b.** $\left(\frac{1}{4}\,;\,-\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right)$ **c.** $\left(-\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{4}\,;\,\frac{1}{2}\right)$ **d.** $\left(-\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\,;\,1\right)$

3 Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AS}$ sont :

a. $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ **c.** $\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

4 Une représentation paramétrique de la droite (AS) est :

a. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

b. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 0 \\ z = 1+2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

c. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

d. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 1-t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

Exercice 2 — *13 points*

13 pts On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10\,000$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,95u_n + 200.$$

1 Calculer u_1 et vérifier que $u_2 = 9\,415$.

2 **a.** Démontrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n :

$$u_n > 4\,000.$$

b. On admet que la suite (u_n) est décroissante. Justifier qu'elle converge.

3 Pour tout entier naturel n, on considère la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n - 4\,000$.

a. Calculer v_0.

b. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison égale à $0,95$.

c. En déduire que pour tout entier naturel n :

$$u_n = 4\,000 + 6\,000 \times 0,95^n.$$

d. Quelle est la limite de la suite (u_n) ? Justifier la réponse.

4 En 2020, une espèce animale comptait 10 000 individus. L'évolution observée les années précédentes conduit à estimer qu'à partir de l'année 2021, cette population baissera de 5 % chaque début d'année.

Pour ralentir cette baisse, il a été décidé de réintroduire 200 individus à la fin de chaque année, à partir de 2021.

Une responsable d'une association soutenant cette stratégie affirme que : « l'espèce ne devrait pas s'éteindre, mais malheureusement, nous n'empêcherons pas une disparition de plus de la moitié de la population ».

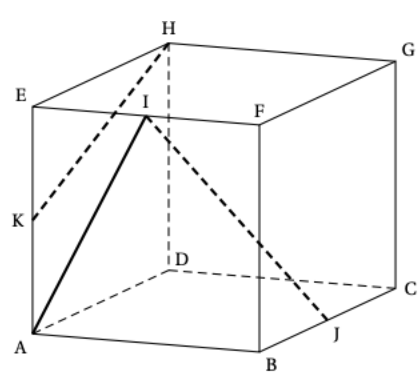
Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifier la réponse.

Exercice 3 — *13,5 points*

13.5 pts

Les questions 1. à 5. de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante

On considère un cube ABCDEFGH. Le point I est le milieu du segment [EF], le point J est le milieu du segment [BC] et le point K est le milieu du segment [AE].



1 Les droites (AI) et (KH) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.

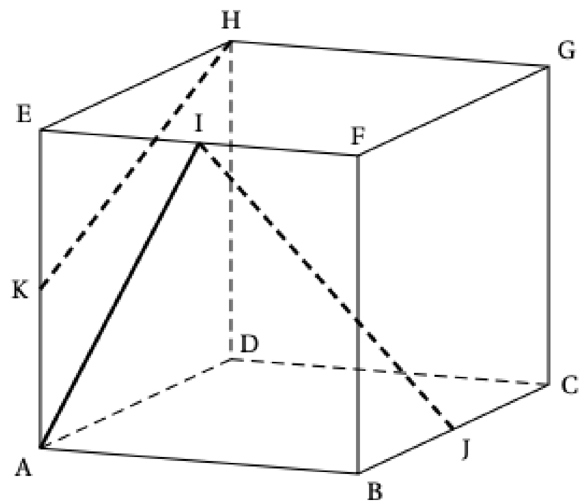
Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A~;~\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

2 Donner les coordonnées des points I et J.

3 Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.

4 Déterminer une représentation paramétrique du plan (IJK).

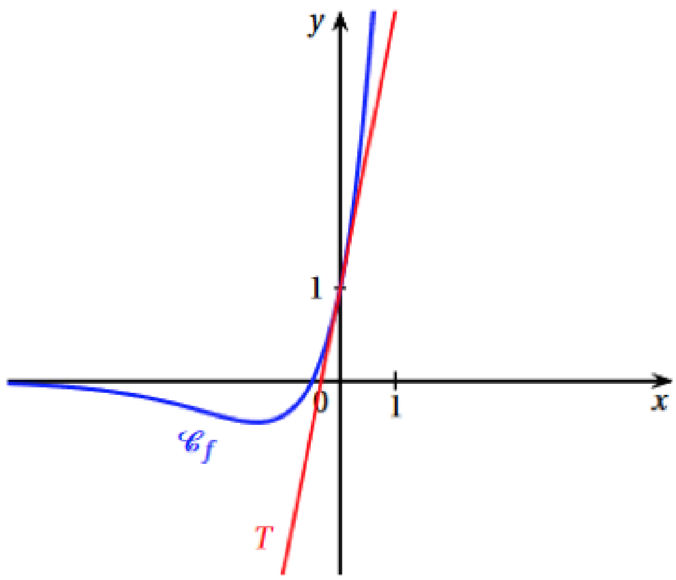
5 Construire en vert la section du cube ABCDEFGH sur la figure ci-dessous avec le plan (IJK), on laissera les traits de construction.



Exercice 4 — 9 points

9 pts

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+1)e^x$.
Sur le graphique ci-dessous, sont tracéees la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f, et la droite T , tangente à cette courbe au point d'abscisse 0.



1. Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
2. Montrer que pour tout x réel, $f'(x) = (2x+3)e^x$.
3. Dresser le tableau de signes de $f'(x)$, puis préciser les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. **a.** Déterminer l'équation réduite de la tangente T.

   b. Justifier graphiquement, que pour tout réel x, on a : $(2x+1)e^x \geq 3x+1$.